

Małgorzata Pawul, Joanna Kwiecień

## TECHNICZNE ASPEKTY OPTYMALIZACJI W GOSPODARCE ODPADAMI

**Streszczenie.** Wytwarzanie odpadów komunalnych rośnie wraz z rozwojem gospodarczym. Stają się one również bardziej uciążliwe dla środowiska. Warunkiem prawidłowej gospodarki odpadami jest ich selektywna zbiórka („u źródła”), następnie odpady są odbierane i transportowane do miejsca przetwarzania i unieszkodliwiania. Zastosowane rozwiązania powinny być zarówno skuteczne pod względem ochrony środowiska, jak i efektywne ekonomicznie. Celem pracy jest przedstawienie wybranych zagadnień optymalizacji w podsystemie odbierania i transportu odpadów do miejsca ich przetwarzania i unieszkodliwiania.

**Słowa kluczowe:** gospodarka odpadami, modelowanie stacji przeładunkowych.

### WPROWADZENIE

Wytwarzanie odpadów jest nieodłącznym elementem ludzkiego życia. Wraz z rozwojem gospodarczym rośnie też ilość powstających odpadów komunalnych. Stają się one również bardziej złożone i bardziej uciążliwe dla środowiska. Zagospodarowanie i unieszkodliwienie odpadów jest jednym z głównych problemów ochrony środowiska. Prowadzenie prawidłowej gospodarki odpadami wymaga wiedzy m.in. na temat czynników wpływających na wytwarzanie i selektywną zbiórkę odpadów. Rodzaj i masa wytwarzanych odpadów zależą zarówno od czynników ekonomicznych jak i społecznych, w tym statusu mieszkańców i ich świadomości ekologicznej. Warunkiem prawidłowej gospodarki odpadami jest ich selektywna zbiórka („u źródła”). Kolejnymi etapami systemu gospodarowania odpadami jest ich odbieranie i transport, następnie przetwarzanie i unieszkodliwianie. Zastosowane rozwiązania powinny być zarówno skuteczne z punktu widzenia ochrony środowiska, jak i efektywne ekonomicznie. Głównym celem optymalizacji w gospodarce odpadami jest minimalizacja kosztów transportu oraz kosztów przeróbki i unieszkodliwiania odpadów.

Celem pracy jest przedstawienie wybranych aspektów optymalizacji w podsystemie odbierania i transportu odpadów do miejsca ich przetwarzania i unieszkodliwiania. Jak podaje Bilitewski [3] koszty te stanowią ponad 50% całkowitych kosztów gospodarki odpadami. Optymalne projektowanie tras przejazdu i harmonogramu odbioru od-

---

Małgorzata PAWUL – Katedra Ekologii Terenów Przemysłowych, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie.

Joanna KWIECIEN – Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie.

padów jest problemem trudnym. W przypadku dużych odległości pomiędzy miejscem odbioru odpadów a miejscem ich przetwarzania lub unieszkodliwiania, celowy może być ich przeładunek w stacji przeładunkowej. Stacja taka, musi być jednak odpowiednio zaprojektowana tak, aby nie powodować dodatkowych, niepotrzebnych przestojów samochodów dowożących odpady.

## OPTYMALIZACJA

Stosowanie metod optymalizacji w gospodarce odpadami ma na celu przede wszystkim zmniejszenie kosztów, poprawę organizacji i zarządzania, zmniejszenie negatywnego wpływu na środowisko, poprzez zmniejszenie całkowitej długości tras przejazdu, całkowitego czasu przejazdu czy liczby odwiedzin poszczególnych punktów zbiórki odpadów.

### Planowanie tras przejazdu

Jednym z najważniejszych elementów optymalizacji w gospodarce odpadami jest odpowiednie zaprojektowanie tras transportu odpadów minimalizujących koszty zbierania. Przy projektowaniu tras należy uwzględnić przede wszystkim częstotliwość obsługi miejsc odbioru odpadów, czasy dojazdu do/z bazy i punktów wyładowniczych, ograniczenia przejazdu między poszczególnymi punktami tras oraz czasy preferowanych odbiorów.

Przydział pojazdów do poszczególnych punktów odbioru odpadów oraz wyznaczenie tras ich przejazdów można przybliżyć przy pomocy marszrutyzacji pojazdów (VRP, ang. *Vehicle Routing Problem*). Polega to na wyznaczeniu optymalnych tras przewozowych dla określonej liczby pojazdów, które mają na celu obsłużenie klientów znajdujących się w różnych punktach, przy zachowaniu odpowiednich ograniczeń [10]. VRP zaliczany do klasy problemów NP-trudnych jest uogólnieniem zadań komiwojażera czy domokrażnego kupca. W przypadku gospodarki odpadami uwzględnia więc położenia punktów zbiórki odpadów, lokalizacja zajezdni, miejsca wyładunku odpadów oraz model trasy zajezdnia-punkty zbiórki i wyładunku odpadów-zajezdnia.

W marszrutyzacji pojazdów mówimy o:

- sieci – przedstawiona za pomocą grafu, którego wierzchołki opisują punkty zbiórki odpadów, zaś krawędzie odpowiadają połączeniom;
- żądaniach – dane są pewne trasy odbioru odpadów;
- flocie – pojazdy (śmieciarki) mogą być homogeniczne lub heterogeniczne;
- kosztach – związane głównie z przebytą drogą lub czasem, w jakim została ona pokonana, mogą również obejmować różnego rodzaju kary;
- celach – np. minimalizacja pokonywanej trasy, kosztów zbiórki odpadów, wykorzystanej floty, bezproduktywnego czasu czy też maksymalizacja zebranych surowców wtórnych lub uzyskanego zysku.

Na bazie czynności VRP stworzono kilka bardziej złożonych modeli, w których zostały uwzględnione dodatkowe ograniczenia. Jednym z nich jest problem VRP z dostawą w wymaganych oknach czasowych (VRPTW, ang. *VRP with time windows*), który polega na wyznaczeniu trasy przejazdu wielu środków transportu tak, aby każdy punkt odbioru odpadów miał określony przedział czasowy [9]. Przy projektowaniu tras pojazdów uwzględnia się również inne wymagania odnośnie częstotliwości odbioru odpadów, godziny pracy czy wieloetapowość zbiórki odpadów. Przypadek nierównomiernej szybkości zapelniania się kontenerów modelowany jest za pomocą problemu VRP z odbiorami cyklicznymi (PVRP) [1].

Do rozwiązania większości współczesnych problemów klasy VRP konieczne jest stosowanie algorytmów, które łatwo dostosowują się do ograniczeń, niezależnie od liczby zmiennych i rozmiarów przestrzeni rozwiązań. Potężną grupę metod stanowią metody sztucznej inteligencji, m.in. symulowane wyżarzanie, algorytmy mrówkowe, algorytmy genetyczne i algorytmy pszczele [2, 5, 6].

### **Usprawnienie funkcjonowania stacji przeładunkowych**

Stacje przeładunkowe to stacje pośrednie obróbki i dystrybucji odpadów do miejsc dalszego postępowania. Mogą służyć też jako punkty przyjmowania odpadów od okolicznych mieszkańców. Odpady są rozładowywane z pojazdów o małej ładowności, mogą być poddawane recyklingowi czy też prasowaniu, a następnie ładowane są do kontenerów i dalej transportowane środkami o dużej ładowności. Do zaprojektowania stacji przeładunkowych potrzebne są przede wszystkim dane o ilości odpadów w kolejnych latach eksploatacji stacji, średnie ilości generowanych odpadów, przepustowość dni ze szczytowym obciążeniem oraz zatrudnienie. Na terenie stacji przeładunkowej odpadów istnieje kilka obiektów, m.in. waga pomostowa, lej zsypowy, urządzenie przesuwające kontenery. Dodatkowo stacja może być wyposażona w urządzenia zagęszczające, zmniejszające objętość odpadów a tym samym zmniejszające koszt ich przewozu, lub linie technologiczne do segregacji odpadów itd. Powinna również mieć magazyn do przechowywania surowców wtórnych.

W celu usprawnienia funkcjonowania stacji przeładunkowych można zastosować teorię kolejek. Do głównych jej zadań należy opracowanie takich metod, które pozwolą na całkowitą charakterystykę procesu obsługi, oszacowanie jakości pracy danego systemu oraz umożliwią optymalizację struktury, a tym samym pozwolą na sprawną organizację obsługi. Metoda ta pozwala zminimalizować czasy oczekiwania pojazdów w kolejce poprzez dobór odpowiedniej liczby kanałów obsługi. Do rozwiązania tego typu problemów konieczne jest określenie typu rozkładu wejściowego strumienia zgłoszeń (pojazdów) i typu rozkładu czasów obsługi, dyscypliny likwidacji kolejki oraz liczby kanałów obsługi. Znając parametry średniego natężenia strumienia pojazdów i parametry rozkładu czasów obsługi pojazdu można wyznaczyć średnią liczbę pojazdów oczekujących na rozładunek, a także średni czas ich przebywania w kolejce i w stacji przeładunkowej.

## Systemy kolejkowe

W modelowaniu stacji przeładunkowych stosowane mogą być systemy kolejkowe M/M/m/FIFO/A<sub>s</sub> charakteryzujące się poissonowskim rozkładem przybyć sąsiednich zgłoszeń oraz wykładniczym rozkładem czasów obsługi zgłoszeń,  $m$ -kanałami obsługi, dyscypliną kolejki typu FIFO (pierwszy przychodzi, pierwszy obsłużony) i nieograniczonym oczekiwaniem [4, 7]. System taki może znajdować się w stanach bez kolejki, jeśli liczba zgłoszeń jest mniejsza lub równa liczbie kanałów obsługi, w przeciwnym przypadku system jest w stanach z kolejką. Jednym z parametrów systemu kolejkowego jest względna intensywność obsługi  $\rho$  określona jako stosunek średniego natężenia strumienia zgłoszeń  $\lambda$  do parametru rozkładu czasu obsługi zgłoszenia  $\mu$ . System jest stabilny, jeśli spełniony jest warunek ergodyczności  $\lambda < m\mu$ . Do wyznaczenia podstawowych parametrów systemu konieczna jest znajomość stanów, w jakich ten system może się znajdować. Po rozwiązaniu równań Chapmana-Kołmogorowa, wiążących prawdopodobieństwa stanów systemu, prawdopodobieństwo początkowe  $\pi_0$  ma postać:

$$\pi_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{(m-1)!(m-\rho)}} \quad (1)$$

Średnia liczba zgłoszeń w systemie wynosi:

$$\bar{K} = \rho + \frac{\rho^{m+1}}{(m-\rho)^2(m-1)!} \pi_0 \quad (2)$$

zaś średnia długość kolejki przedstawiona jest zależnością:

$$\bar{Q} = \frac{\rho^{m+1}}{(m-\rho)^2(m-1)!} \pi_0 \quad (3)$$

Średni czasy oczekiwania w kolejce  $\bar{W}$  oraz przebywania zgłoszenia w systemie  $\bar{T}$  można wyznaczyć korzystając z reguł Little'a:

$$\bar{W} = \frac{\bar{Q}}{\lambda}, \quad \bar{T} = \frac{\bar{K}}{\lambda} \quad (4)$$

Załóżmy, że stacja przeładunkowa ma 2 kanały obsługi. Niech średnio w ciągu godziny przybywa 10 samochodów ( $\lambda = 10$  sam./godz.), zaś średni czas obsługi samochodu wynosi 4 minuty ( $\lambda/\mu = 1/15$  godz.). Dla takich przykładowych danych  $\rho = 2/3$ , średni czas oczekiwania samochodów w kolejce na rozładunek wynosi 0,5 minuty. Stacje przeładunkowe, na których nie tworzą się kolejki, można modelować za pomocą systemów kolejkowych o nieograniczonej liczbie kanałów obsługi M/M/ $\infty$  [4, 7].

## Sieci kolejkowe

W przypadku modelowania stacji przeładunkowej jako systemu powiązanych ze sobą obiektów, na których oddzielnie realizowany jest proces obsługi, można stosować sieci kolejkowe składające się z powiązanych ze sobą systemów kolejkowych. Po obsłudze na jednym obiekcie (systemie kolejkowym) zgłoszenie przechodzi do następnego obiektu, który jest wybierany z pewnym prawdopodobieństwem. Sieć kolejkowa lepiej przedstawia złożoną strukturę niż pojedynczy system. W zależności od całkowitej liczby zgłoszeń można je podzielić na sieci otwarte, zamknięte i mieszane. W zależności od liczby klas dzielimy je na jednoklasowe i wieloklasowe. Projektując sieć kolejkową musimy określić całkowitą liczbę odpowiednich systemów wchodzących w jej skład, liczbę kanałów obsługi w poszczególnych systemach i liczbę klas zgłoszeń. Najprostszym rodzajem sieci kolejkowych są sieci Jacksona posiadające nieograniczoną liczbę zgłoszeń należących do jednej klasy. Przybywanie zgłoszeń z zewnątrz jest procesem Poissona o parametrze  $\lambda$ . Każda stacja obsługi zbudowana z jednego lub wielu kanałów obsługi o współczynniku  $\mu$ , który może zależeć od liczby zgłoszeń w danej stacji, pracuje zgodnie z rozkładem wykładniczym według dyscypliny FIFO. Bardziej złożonymi są sieci wieloklasowe BCMP, w których istnieje możliwość przebywania jednocześnie wielu zgłoszeń należących do różnych klas. Zgłoszenie może zmienić przynależność do klasy w trakcie przebywania wewnątrz sieci. Rozkład czasów obsługi zgłoszeń jest dowolny. Systemy występujące w sieciach BCMP można podzielić na 4 typy: FIFO, PS, IS, LIFO-PR [4, 7]. Do modelowania funkcjonowania stacji przeładunkowych można zastosować sieci BCMP składające się z systemów wykładniczych M/M/m/FIFO/ $\infty$  (typ FIFO wg klasyfikacji BCMP) i M/M/ $\infty$  (typ IS), stąd dalsze rozważania będą ograniczone tylko do tych typów. Typ FIFO reprezentowany jest przez system jedno lub wielokanałowy, w którym zgłoszenia są obsługiwane wg dyscypliny FIFO. Rozkład czasów obsługi wszystkich klas jest identyczny i wykładniczy. W systemach typu IS istnieje nieograniczona liczba kanałów obsługi. Zgłoszenia różnych klas mogą mieć inne wymagania odnośnie obsługi, przy czym rozkład czasów obsługi można przedstawić w postaci rozkładu Cox'a [4, 7].

Średnia liczba zgłoszeń w systemie umieszczonym w sieci otwartej składającej się z  $N$  systemów i  $R$  klas, będąca sumą intensywności obsługi w całym systemie ( $m\rho$ ) oraz średniej liczby zgłoszeń oczekującej na obsługę ( $Q$ ), wyrażona jest za pomocą zależności:

$$\bar{K}_{ir} = \begin{cases} m_i \rho_{ir} + \bar{Q}_{ir} = m_i \rho_{ir} + \frac{\rho_{ir}}{1 - \rho_i} \cdot P_{m_i}(\rho_i), & \text{Typ FIFO} \\ \frac{\lambda_{ir}}{\mu_{ir}}, & \text{Typ IS} \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:

$$P_{m_i}(\rho_i) = \frac{(m_i \rho_i)^{m_i}}{m_i!(1-\rho_i)} \cdot \frac{1}{\sum_{k_i=0}^{m_i-1} \frac{(m_i \rho_i)^{k_i}}{k_i!} + \frac{(m_i \rho_i)^{m_i}}{m_i!}} \cdot \frac{1}{1-\rho_i}$$

oraz:

$m_i$  – liczba kanałów obsługi w systemie  $i$ ,

$\mu_{ir}$  – współczynnik obsługi klasy  $r$  w systemie  $i$ ,

$\lambda_{ir}$  – współczynnik strumienia zgłoszeń klasy  $r$  w systemie  $i$ ,

$\rho_{ir}$  – względna intensywność obsługi klasy  $r$  w systemie  $i$ ,  $\rho_{ir} = \lambda_{ir}/(m_i \mu_{ir})$ ,

Do badań wydajności stacji przeładunkowych można zastosować modele otwartych sieci kolejkowych, przy czym zgłoszeniami będą partie odpadów zmieszanych, a systemami – procesy, którym poddawane są odpady. W sieci tej istnieje poissonowski strumień zgłoszeń oraz czas obsługi dla wszystkich systemów odpowiedzialnych za wykonanie pewnych funkcji podlega rozkładowi wykładniczemu.

Model stacji przeładunkowej opisany w niniejszym artykule może dać ogólny pogląd na modelowanie tego typu problemów za pomocą teorii kolejek. Niech sieć składa się z 3 stanowisk obsługi:  $S_1$  – waga,  $S_2$  – rozładunek i zagęszczanie,  $S_3$  – magazyn, w których czas obsługi podlega rozkładowi wykładniczemu. Średni czas obsługi na stanowisku  $S_1$  wynosi 10 minut ( $\mu_1 = 6$ ), na stanowisku  $S_2$  – 12 minut ( $\mu_2 = 5$ ), na stanowisku  $S_3$  – 24 godziny ( $\mu_3 = 1/24$ ). Niech średnio w ciągu godziny przybywa 4 samochody ( $\lambda = 4$  sam./godz.). Stanowisko  $S_3$  jest systemem bez kolejki (Typ 3 wg klasyfikacji BCMP), pozostałe to systemy jednokanałowe z dyscypliną FIFO (Typ 1). Po przybyciu partii odpadów do stacji przeładunkowej jest ona ważona, następnie poddawana jest rozładunkowi i zagęszczaniu, później przewożona jest do magazynu (prawdopodobieństwa przejść wynoszą 1, więc  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 4$ ). W rozważanym modelu sieci założono istnienie tylko jednej klasy zgłoszeń, którą stanowią partie odpadów zmieszanych. Modele bardziej rozbudowane powinny zakładać istnienie dodatkowych klas, m.in. plastik, szkło, metal, papier.

Dla tak dobranych danych średnie liczby zgłoszeń w kolejkach do poszczególnych systemów oraz średnie czasy oczekiwania partii odpadów w kolejce wynoszą odpowiednio:  $Q_1 = 1,33$  i  $W_1 = 20$  minut,  $Q_2 = 3,2$  i  $W_2 = 48$  minut. Należy zauważyć, że przy zwiększeniu częstotliwości przyjazdu samochodów dowożących odpady może nastąpić przypadek, w którym nie będzie spełniony warunek ergodyczności systemów  $S_1$  i  $S_2$ .

Przy formułowaniu problemu optymalizacji sieci kolejkowych ważne jest określenie funkcji kryterialnych i parametrów sieci, względem których będzie wykonywana optymalizacja. W literaturze napotykamy na kilka problemów optymalizacyjnych dotyczących sieci kolejkowych, które ogólnie możemy podzielić na trzy grupy: problemy

optymalnej topologii, problemy optymalnego przejścia oraz problemy optymalnej alokacji zasobów. W niniejszej pracy optymalizacja sieci polega na poszukiwaniu takiej liczby kanałów obsługi  $m$  w poszczególnych systemach, dla których koszty pracy sieci są najmniejsze, przy znanych pozostałych parametrach sieci. W prezentowanym przykładzie jedynie systemy  $S_1$  i  $S_2$  podlegają optymalizacji, bowiem  $S_3$  nie stanowi tzw. wąskiego gardła, które powodowałoby opóźnienia w rozładunku partii odpadów.

Funkcja przedstawiająca koszt eksploatacji sieci – uwzględniająca jednostkowe koszty (wagi  $w_1$ ) oczekiwania zgłoszenia w kolejce i jednostkowe koszty niezajętości kanałów obsługi (wagi  $w_2$ ) – jest postaci:

$$f(m) = \sum_{i=1}^2 [w_{1i}\bar{Q}_i + w_{2i}m_{nzi}] = \sum_{i=1}^2 [w_{1i}\bar{Q}_i + w_{2i}m_i(1 - \rho_i)] \quad (6)$$

Optymalizacja sieci jest zagadnieniem złożonym. Stosowanie rachunku różniczkowego, ze względu na dyskretny charakter zagadnienia ma ograniczone zastosowanie. Z pomocą przychodzą metody sztucznej inteligencji, wśród nich algorytmy genetyczne oparte na mechanizmach doboru naturalnego i dziedziczności. Ich metoda poszukiwania optymalnego rozwiązania łączy w sobie ewolucyjną zasadę przeżycia najlepiej przystosowanych osobników z systematyczną, choć losową wymianą informacji [8]. W każdym pokoleniu powstaje nowy zespół sztucznych organizmów, utworzonych z połączenia fragmentów najlepiej przystosowanych przedstawicieli poprzedniego pokolenia. Projektowanie algorytmu genetycznego polega na:

- wyborze początkowej populacji chromosomów,
- ocenie przystosowania chromosomów w populacji,
- sprawdzeniu warunków zatrzymania algorytmu genetycznego,
- selekcji chromosomów – tworzeniu nowej populacji na podstawie osobników z maksymalnymi wartościami funkcji dopasowania, wybranych z istniejącej populacji,
- krzyżowaniu – zamianie łańcuchów genów pomiędzy dwoma losowo wybranymi chromosomami rodzicielskimi,
- mutacji – sporadycznej, losowej zamianie wartości elementu ciągu kodowego,
- utworzeniu nowej populacji,
- wyprowadzeniu „najlepszego” chromosomu, o największej wartości funkcji przystosowania.

Do obliczeń przyjęto jednakowe wagi  $w_1$  równe 0,25 dla wszystkich systemów, podobnie jak koszty niezajętości kanału ( $w_2 = 0,75$ ). Optymalizacja za pomocą algorytmów genetycznych pozwoliła znaleźć taką sytuację, gdy wszystkie kanały obsługi były wykorzystane optymalnie oraz liczba zgłoszeń oczekujących w kolejce była minimalna. Ograniczono przestrzeń poszukiwanej liczby kanałów obsługi do przedziału [1, 5]. Populacja początkowa wynosiła 30 osobników. W omawianym przypadku wykorzystany został algorytm z *częściową wymianą populacji* (przy 50% wymianie populacji), krzyżowanie dwupunktowe polegające na dziedziczeniu przez potomków fragmentów

chromosomów – rodziców wyznaczonych przez dwa wylosowane punkty krzyżowania. Przy prezentowanych danych system  $S_1$  powinien być jednokanałowy, a  $S_2$  – dwukanałowy. W tym przypadku parametry systemu  $S_1$  pozostają bez zmian, a średnia liczba zgłoszeń w kolejce systemu  $S_2$  wynosi  $Q_2 = 0,152$  i średni czas oczekiwania  $W_2 = 2,28$  minuty. Algorytm genetyczny w 100% dochodził do właściwego rozwiązania (zostało wykonanych 20 prób algorytmu, każda po 100 iteracji). Oczywiście zaleca się stosowanie dużego współczynnika krzyżowania (ok. 0,9) i małego współczynnika mutacji (ok. 0,1). W przypadku bardziej rozbudowanych sieci należałoby zwiększyć rozmiar populacji początkowej.

## PODSUMOWANIE

Prawidłowo prowadzona gospodarka odpadami wymaga wielu połączonych ze sobą działań. Jej początkowym etapem jest odbiór i transport odpadów do miejsca ich przeróbki lub unieszkodliwienia. Aby zapewnić efektywność ekonomiczną należy optymalnie zaprojektować trasy przewozu odpadów i obiekty zajmujące się gospodarką odpadami. W artykule krótko przedstawiono zagadnienie VRP modelujące problem przydziału pojazdów do poszczególnych punktów odbioru odpadów i trasy ich przejazdów.

Przedstawiono również możliwości zastosowania teorii kolejek do modelowania funkcjonowania stacji przeładunkowej odpadów. W tym wypadku wykorzystać można zarówno pojedyncze systemy, jak i sieci kolejkowe. Zaproponowane modelowanie za pomocą sieci kolejkowych pozwala na wierne odzwierciedlenie realnej sytuacji. Dzięki zastosowaniu teorii kolejek można ocenić efektywność badanej stacji oraz znaleźć wąskie gardło całego systemu. Kolejnym krokiem, wartym podjęcia, byłoby zbudowanie modelu istniejącej stacji przeładunkowej, w której wykonywane są dodatkowe operacje technologiczne przetwarzania odpadów oraz uwzględnienie innych metod optymalizacji modelowanej stacji przeładunkowej.

## LITERATURA

1. Baptista S., Oliveira R.C., Zuquete E., 2002. A period vehicle routing case study. *European Journal of Operational Research* 139: 220–229.
2. Benjamin A.M., Beasley J.E., 2010. Metaheuristics for the waste collection vehicle routing problem with time windows, driver rest period and multiple disposal facilities. *Computers & Operations Research* 37; 2270–2280.
3. Bilitewski B., Härdtle G., Marek K., 1996. *Waste Management*. Springer.
4. Bolch G., Greiner S., de Meer H., Trivedi K.S., 1998. *Queueing Networks and Markov Chains. Modeling and Performance Evaluation with Computer Science Applications*. John Wiley & Sons Inc.
5. Bräysy O., Gendreau M., 2005. Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science*, 39 (1): 104–118.



6. Bräysy O., Gendreau M., 2005. Vehicle routing problem with time windows, Part II: Meta-heuristics. *Transportation Science*, 39 (1): 119–139.
7. Filipowicz B., 1996. Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych: analiza i synteza systemów obsługi i sieci kolejkowych. WNT, Warszawa.
8. Goldberg D., 1998. Algorytmy genetyczne i ich zastosowanie. WNT, Warszawa.
9. Kim B.-I., Kim S., Sahoo S., 2006. Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research* 33: 3624–3642.
10. Toth P., Vigo D., 2002. The vehicle routing problem. *SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*.

Praca wykonana w ramach badań własnych nr 10.10.100.484.

## **SELECTED OPTIMIZATION PROBLEMS IN WASTE MANAGEMENT**

### **Summary**

Amount of municipal waste produced is rising along with economic development. Waste become also more troublesome for environment. Selective collection of waste (collection “at source”) is precondition that further waste management will be correct. Waste management includes also such elements as transport, processing and disposal of waste. Applied solutions should be effective with regard to protection of environment and costs. The selected optimization problems connected with collection and transport of waste to the processing and disposal plants are described in this article.

**Keywords:** waste management, modeling of waste transfer station.