

Dariusz Andraka

## MODELOWANIE PRACY OCZYSZCZALNI ŚCIEKÓW Z WYKORZYSTANIEM SYMULACJI MONTE CARLO

**Streszczenie.** W artykule podjęto tematykę symulacji pracy komunalnej oczyszczalni ścieków, realizowaną w celu analizy i ocen końcowych efektów technologicznych oczyszczania. W badaniach wykorzystano metodę symulacji Monte Carlo, która jest jedną z najczęściej stosowanych procedur w ilościowej analizie ryzyka, mających na celu określenie poziomu prawdopodobieństwa zdarzeń będących realizacją przyjętego modelu funkcjonowania obiektu (procesu). Za pomocą tego rodzaju symulacji możliwe jest np. prognozowanie wartości wybranych parametrów jakościowych ścieków oczyszczonych, co z kolei pozwala modelować prawdopodobieństwo uzyskania wymaganego efektu oczyszczania.

W części aplikacyjnej zostały zaprezentowane tego typu symulacje zrealizowane w oparciu o ustalone założenia co do właściwości statystycznych zmiennej losowej jaką jest stężenie zanieczyszczeń w odpływie z oczyszczalni. Wyniki przeprowadzonych symulacji wykorzystano do prognozowania niezawodności działania oczyszczalni w powiązaniu z obowiązującymi przepisami. Zaprezentowane wyniki są rezultatem prac realizowanych w ramach pracy badawczej statutowej S/WBiŚ/22/08 realizowanej w Katedrze Systemów Inżynierii Środowiska Politechniki Białostockiej.

**Słowa kluczowe:** symulacja Monte Carlo, efektywność oczyszczania ścieków, wymagana niezawodność oczyszczalni.

## WPROWADZENIE

Symulacja pracy oczyszczalni ścieków jest często podejmowanym problemem badawczym, zarówno na etapie projektowania, modernizacji czy też eksploatacji tych obiektów. W związku ze złożonością procesów technologicznych występujących w procesie oczyszczania na różnych jego etapach, można spotkać się z różnymi modelami o różnym stopniu skomplikowania i dokładności, począwszy od prostych modeli deterministycznych (jak choćby model zastosowany w normie ATV-A131), a kończąc na bardzo złożonych modelach dynamicznych (np. model osadu czynnego ASM z różnymi modyfikacjami). Niestety, najbardziej dokładne modele dynamiczne są z reguły najtrudniejsze do wykorzystania, gdyż wymagają zastosowania kosztownego, specjalistycznego oprogramowania oraz pracochłonnej kalibracji. W wielu przypadkach możemy jednak posłużyć się prostszymi metodami, dającymi wystarczająco dokładne z punktu widzenia praktyki inżynierskiej, wyniki oszacowań badanych parametrów. Jedną z takich metod modelowania jest sy-

mulacja Monte Carlo, która dzięki wielokrotnemu przeliczaniu ustalonego modelu matematycznego opisującego badane zjawisko, przy wykorzystaniu losowo generowanych zmiennych, pozwala uzyskać wyniki obciążone niewielkimi błędami. W prezentowanej pracy, symulacja Monte Carlo została wykorzystana do modelowania efektu końcowego oczyszczania ścieków oraz powiązanych z nim parametrów takich jak niezawodność technologiczna, czy też ryzyko negatywnej oceny oczyszczalni przez organy kontrolne.

## **METODA MONTE CARLO**

Metoda Monte Carlo należy do klas metod symulacyjnych i jest często wykorzystywana do modelowania zjawisk zbyt złożonych, aby je można było przedstawić za pomocą podejścia analitycznego. Najczęściej przywoływane zastosowania tej metody to m.in.: całkowanie numeryczne, łańcuchy procesów statystycznych, modelowanie procesów fizycznych (np. w fizyce molekularnej), analiza ryzyka w zarządzaniu i finansach. Można znaleźć również szereg przykładów wykorzystania symulacji Monte Carlo w analizie związanej z funkcjonowaniem obiektów gospodarki wodno-ściekowej, jak choćby symulacja pracy oczyszczalni z wykorzystaniem niepewnych wartości parametrów technologicznych [4, 9], czy też wspomaganie podejmowania decyzji przy wyborze optymalnego wariantu modernizacji oczyszczalni ścieków [1].

Formalnie, metodę Monte Carlo można zdefiniować jako „wykorzystanie ciągu liczb losowych do budowy próby z hipotetycznej populacji, na podstawie której możliwe jest określenie statystycznych estymatorów parametrów poszukiwanego rozwiązanie problemu” [6]. W praktyce polega ona na sformułowaniu modelu stochastycznego opisującego realne zjawisko, a następnie wielokrotnej realizacji tego modelu z wykorzystaniem losowo generowanych zmiennych (zgodnie z przyjętym rozkładem prawdopodobieństwa) i analizie statystycznej uzyskanych wyników. Procedura ta może być zrealizowana w następujących krokach:

- określenie parametru będącego podstawowym miernikiem danego problemu (np. stężenie zanieczyszczeń w ściekach oczyszczonych, efektywność technologiczna, stężenie zanieczyszczeń w odbiorniku po wprowadzeniu ścieków);
- budowa modelu matematycznego opisującego badany problem (z wykorzystaniem zarówno zmiennych deterministycznych jak i losowych);
- określenie rozkładu prawdopodobieństwa dla każdej zmiennej losowej występującej w modelu;
- przyporządkowanie każdej zmiennej losowej odpowiadającej jej liczby losowej wygenerowanej zgodnie z określonym rozkładem prawdopodobieństwa;
- rozwiązanie modelu i wyznaczenie wartości podstawowego miernika z wykorzystaniem uzyskanych w poprzednim kroku liczb losowych;
- zapamiętanie wyniku;
- powtórzenie kroków 4 – 6 dowolną liczbę razy (im więcej, tym lepiej);

- analiza statystyczna zbioru wartości uzyskanych w kroku 6 (rozkład prawdopodobieństwa, skumulowany rozkład prawdopodobieństwa, statystyki opisowe itp.).

Głównym problemem rozwiązywanym za pomocą takiej procedury jest określanie prawdopodobieństwa badanych zdarzeń oraz wartości oczekiwanej badanych parametrów (zmiennych losowych). Dlatego też, symulacja Monte Carlo jest jednym z podstawowych narzędzi stosowanych w analizie ryzyka [5].

## OPIS PRZEPROWADZONYCH BADAŃ

Jednym z podstawowych zadań oczyszczalni ścieków jest usunięcie ze ścieków zanieczyszczeń w stopniu wymaganym ze względu na ochronę odbiornika oraz wymagania formalne obowiązujące dla danego obiektu, a określone w pozwoleniu wodno-prawnym. Parametrem, który w stosunkowo prosty sposób pozwala modelować stopień wypełnienia tego zadania jest wskaźnik sprawności technologicznej oczyszczalni ścieków zdefiniowany zależnością [7]:

$$P_{SO} = P(x < X_{dop}) \quad (1)$$

gdzie:

$x$  – zmienna losowa określająca wartość wskaźnika zanieczyszczeń rodzaju  $x$  w ściekach oczyszczonych;

$X_{dop}$  – wartość dopuszczalna danego wskaźnika zanieczyszczeń w ściekach oczyszczonych.

Wskaźnik ten w sposób liczbowy charakteryzuje niezawodność technologiczną oczyszczalni ścieków i może być stosowany, zwłaszcza przez eksploatatorów, do oceny prawidłowości funkcjonowania obiektu. W powiązaniu z analizą rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej jaką jest wartość stężenia zanieczyszczeń w ściekach odprowadzanych z oczyszczalni, pozwala również prognozować niezawodność działania obiektu oraz oszacować ryzyko nie spełnienia wymogów formalnych co do jakości ścieków oczyszczonych, skutkujące nałożeniem kar finansowych na eksploatatora obiektu. Niku i in. [8] zaproponowali model niezawodnościowy wykorzystujący właściwości dystrybuanty rozkładu normalnego i logarytmiczno normalnego, dla prognozowania niezawodności technologicznej oczyszczalni ścieków w zależności od dodatkowego parametru, jakim jest współczynnik niezawodności WN, definiowany poniższą zależnością:

$$WN = \frac{m_x}{X_{dop}} \quad (2)$$

gdzie:

$m_x$  – wartość średnia zmiennej losowej  $x$  w odpływie z oczyszczalni;

$X_{dop}$  – wartość dopuszczalna wskaźnika  $x$  zanieczyszczeń w odpływie z oczyszczalni

Przy założeniu rozkładu normalnego  $N_x(m_x, \sigma_x)$  badanej zmiennej losowej, model niezawodnościowy przybiera postać:

$$Z = \frac{1 - \frac{m_x}{X_{dop}}}{\frac{m_x}{X_{dop}} v_x} \quad \text{oraz} \quad \Phi(Z) = P_{SO} \quad (3)$$

gdzie:

$Z$  – standaryzowana wartość zmiennej losowej  $x$  przy wartości  $x = X_{dop}$ ;

$v_x$  – współczynnik zmienności dla zmiennej losowej  $x$ , równy ilorazowi odchylenia standardowego  $\sigma_x$  do wartości średniej  $m_x$ ;

$\Phi(Z)$  – dystrybuanta rozkładu normalnego  $N(0,1)$  dla zmiennej losowej o wartości  $Z$

Powyższy model można zilustrować nomogramem pokazującym wartość wskaźnika sprawności technologicznej  $P_{SO}$  w zależności od współczynnika niezawodności  $WN$ , dla różnych wartości współczynnika zmienności  $v$ .

Z przedstawionego na rys. 1 nomogramu można łatwo odczytać prognozowany poziom niezawodności oczyszczalni przy znanych statystykach opisowych wskaźników zanieczyszczeń w ściekach oczyszczonych (np. przy średniej wartości  $BZT_5$  w odpływie z oczyszczalni  $m_{BZT} = 9,0 \text{ g/m}^3$  i dopuszczalnej wartości tego wskaźnika  $BZT_{dop} = 15 \text{ g/m}^3$ , a więc dla  $WN = 0,6$ , oraz wiedząc że współczynnik zmienności oszacowany dla  $BZT$  w odpływie wynosi  $v_{BZT} = 0,4$ , prawdopodobieństwo że  $BZT_5$  ścieków oczyszczonych nie przekroczy wartości dopuszczalnej wynosi  $P_{SO} = 95\%$ ).

Przedstawiony powyżej model niezawodnościowy pozwala oszacować częstość przekroczeń wartości dopuszczalnej, nie wskazując jednak ryzyka jakie wiąże się z wystąpieniem takiego zdarzenia w czasie badań kontrolnych prowadzonych w związku z obowiązkowym monitoringiem pracy oczyszczalni. Obowiązujące obecnie przepisy [10] precyzyjnie określają sposób prowadzenia kontroli oczyszczalni oraz wymagania jakie w ich trakcie muszą być spełnione. Oprócz wymogu odprowadzania ścieków charakteryzujących się stężeniami zanieczyszczeń nie przekraczającymi wartości dopuszczalnych, równie istotna dla wyniku kontroli jest częstotliwość prowadzenia badań kontrolnych oraz dopuszczalna liczba próbek, które mogą nie spełniać ustalonych wymagań co do jakości. Warunki te zostały zestawione w tabeli 1.

Biorąc pod uwagę szereg czynników niepewnych, wpływających na ryzyko nie spełnienia przez oczyszczalnię wymagań stawianych przez obowiązujące przepisy (losowy sposób prowadzenia kontroli, zmienny efekt oczyszczania ścieków i in.), dla oceny ryzyka związanego z możliwością negatywnego wyniku kontroli działania

oczyszczalni i ustalenia zależności pomiędzy tymże ryzykiem a niezawodnością technologiczną, zastosowano symulację pracy oczyszczalni metodą Monte Carlo.

**Tabela 1.** Warunki jakim powinny odpowiadać ścieki oczyszczone (wybrane parametry) oraz sposób prowadzenia kontroli dla oczyszczalni różnej wielkości [10]

**Table 1.** Formal requirements concerning effluent quality and control regime for different wastewater treatment plants

Parametr	Wielkość oczyszczalni (RLM)		
	A (2.000 – 14.999)	B (15.000 – 49.999)	C (ponad 50.000)
$X_{dop}$ (BZT <sub>5</sub> )	25	15	15
$X_{dop}$ (zaw.ogólne)	35	35	35
Liczba próbek pobieranych w ciągu roku	4	12	24
Liczba pobranych próbek mogących nie spełniać wymagań ( $X > X_{dop}$ )	1	2	3

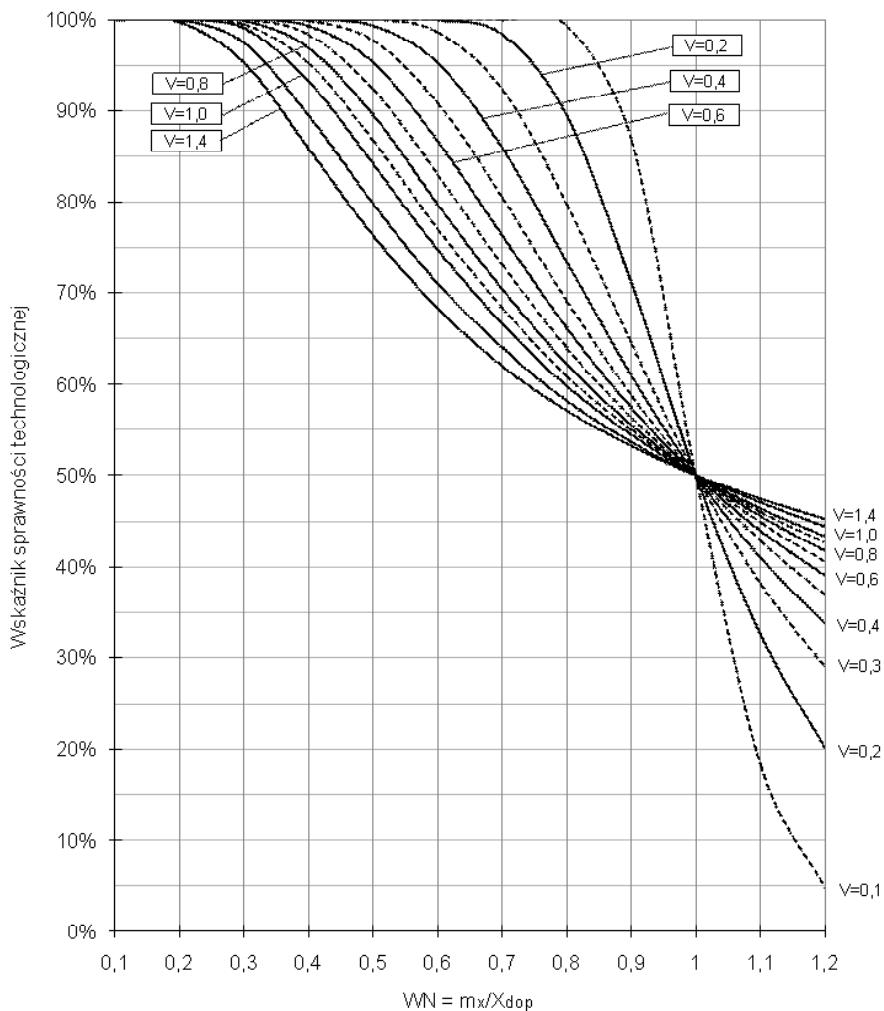
Symulacje zostały przeprowadzone zgodnie z następującymi założeniami:

- jako parametr miarodajny do oceny prawidłowości funkcjonowania oczyszczalni przyjęto wartość BZT<sub>5</sub> w ściekach oczyszczonych (dla innych parametrów jakościowych obliczenia można prowadzić w sposób analogiczny);
- założony rozkład normalny BZT<sub>5</sub> ścieków oczyszczonych
- symulacje przeprowadzono dla współczynnika niezawodności WN w zakresie od 0,2 do 1,0 oraz współczynnika zmienności  $v$  – od 0,2 do 0,8.
- dla każdego przypadku obliczeniowego (założona wartość WN,  $v$  oraz określona wielkość oczyszczalni) generowano 365 losowych wartości zmiennej losowej  $X$  (tj. BZT<sub>5</sub> ścieków oczyszczonych) zgodnie z rozkładem normalnym o wartości średniej  $m = WN \cdot X_{dop}$  i odchyleniu standardowym  $\sigma = v \cdot m$ ;
- dla każdego zbioru wygenerowanych zmiennych wyznaczano częstość przekroczenia wartości dopuszczalnej (LP) oraz losowano określoną w tabeli 1 liczbę próbek (zapewniając równomierny odstęp między losowanymi wartościami), sprawdzając następnie liczbę przekroczeń wartości dopuszczalnej w wylosowanych próbkach (LPK)
- powyższa procedura była powtarzana 1000-krotnie dla każdego przypadku obliczeniowego, a uzyskane wyniki posłużyły do obliczenia następujących estymatorów:

$LP_{SR}$  – średnia liczba przekroczeń wartości dopuszczalnej w przeprowadzonych symulacjach

LN – liczba kontroli negatywnych w przeprowadzonych symulacjach (tj. przypadków gdy LPK była większa od dopuszczalnej liczby próbek mogących nie spełnić wymagań)

**Rozkład normalny zmiennej losowej x**



**Rys. 1.** Zależność wskaźnika sprawności technologicznej od współczynnika niezawodności WN i współczynnika zmienności v dla zmiennej losowej x o rozkładzie normalnym  $N_x(m_x, \sigma_x)$

**Fig. 1.** Relation between coefficient of reliability (WN) and coefficient of variance (v) for the random variable of normal distribution  $N_x(m_x, \sigma_x)$   
 źródło: opracowanie własne na podst. [8]

W oparciu o uzyskane rezultaty, wyznaczono estymatory niezawodności technologicznej  $N$  (czyli wskaźnika sprawności technologicznej) oraz ryzyka eksploatatora  $R$  (tj. prawdopodobieństwa uzyskania negatywnego wyniku kontroli pracy oczyszczalni), zgodnie z poniższymi zależnościami:

$$N = 1 - \frac{LP_{SR}}{1000} \quad (4)$$

$$R = \frac{LN}{1000} \quad (5)$$

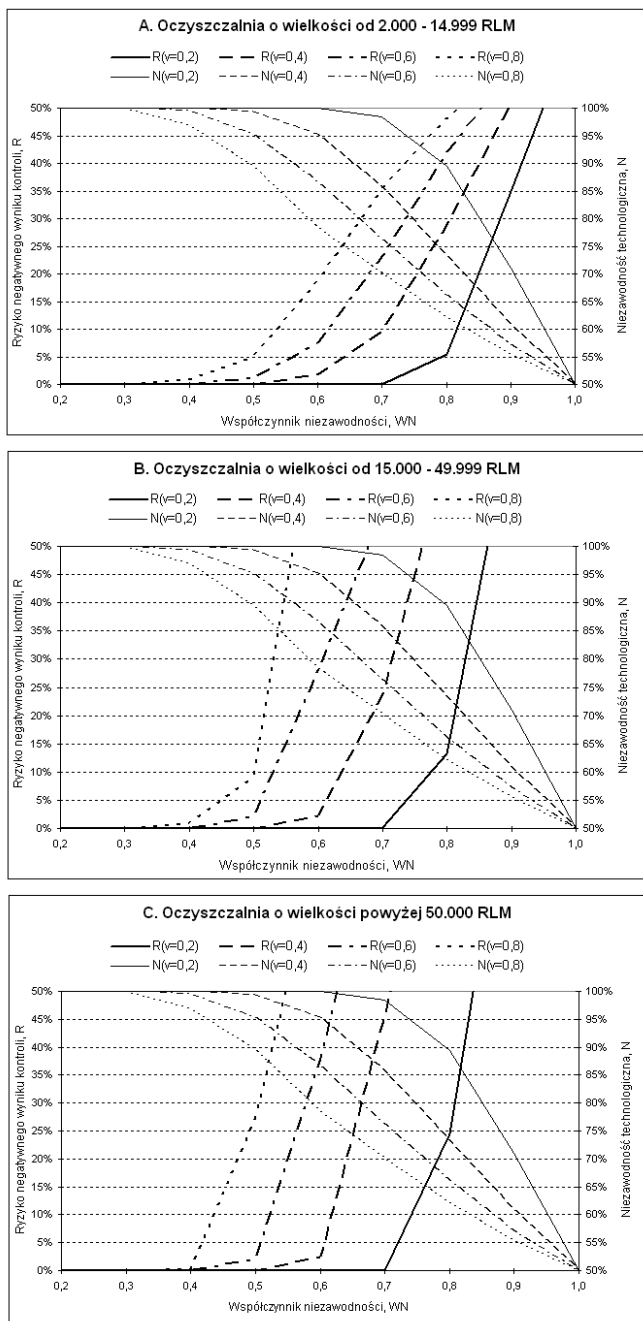
Wyniki obliczeń zestawiono na rysunku 2 i w tabeli 2.

**Tabela 2.** Wymagane wartości współczynnika niezawodności (WN), niezawodności technologicznej ( $N$ ) oraz średniego BZT<sub>5</sub> ścieków oczyszczonych dla zapewnienia prawidłowego wyniku kontroli przy ryzyku operatora  $R = 5\%$

**Table 2.** Required values of coefficient of reliability (WN), technological reliability ( $N$ ) and mean BOD level ( $m_x$ ) to secure plant operator's risk at level  $R = 5\%$

Współcz. zmienności $v$	Wymagane parametry pracy oczyszczalni (ryzyko $R < 5\%$ )								
	A (RLM = 2.000-14.999)			B (RLM = 15.000- 49.999)			C (RLM = pow. 50.000)		
	WN	N	$m_x$	WN	N	$m_x$	WN	N	$m_x$
0,2	< 0,8	> 90	< 20	< 0,74	> 93	< 11,1	< 0,72	> 96	< 10,8
0,4	< 0,64	> 92	< 16	< 0,62	> 92	< 9,3	< 0,61	> 94	< 9,2
0,6	< 0,57	> 90	< 14,2	< 0,52	> 92	< 7,8	< 0,51	> 93	< 7,6
0,8	< 0,5	> 90	< 12,5	< 0,45	> 93	< 6,8	< 0,42	> 95	< 6,3

Na podstawie rysunku 2 można określić wymagany poziom niezawodności działania oczyszczalni w zależności od przyjętego poziomu ryzyka uzyskania negatywnego wyniku kontroli efektywności usuwania zanieczyszczeń. Zestawione w tabeli 2 wynik pokazują, że aby utrzymać ryzyko operatora na poziomie nie większym niż 5% oczyszczalnia musi pracować z niezawodnością co najmniej 90% dla obiektów o wielkości A, 92% dla obiektów o wielkości B i 93% dla obiektów o wielkości C. Należy przy tym pamiętać, że wymagany poziom niezawodności może być uzyskany jedynie przy zachowaniu określonych parametrów technologicznych, w tym – wymaganego średniego stężenia danego rodzaju zanieczyszczeń w ściekach oczyszczonych, zależnego od przyjętego dla badanego obiektu współczynnika niezawodności.



**Rys. 2.** Poziom niezawodności i ryzyko operatora dla oczyszczalni różnej wielkości przy założeniu normalnego rozkładu zmienności BZT<sub>5</sub> ścieków oczyszczonych

**Fig. 2.** Reliability level and plant operator's risk for the normal distribution of BOD concentration in effluent sewage



Warto również zauważyć, że uzyskane wyniki są zgodne z rezultatami badań nad wymaganym poziomem niezawodności, prowadzonych z wykorzystaniem metod statystycznej kontroli jakości (przy założeniu hipergeometrycznego rozkładu zmiennej losowej oznaczającej liczbę pobranych próbek, które nie spełniają wymagań) [2], wg których wymagana niezawodność oczyszczalni przy ryzyku operatora  $R = 5\%$  wynosi odpowiednio: 89,9% dla oczyszczalni o wielkości A, 92,3% – B oraz 93,7% – dla obiektów o wielkości C.

## PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Otrzymane w wyniku przeprowadzonych symulacji rezultaty potwierdzają wcześniejsze obserwacje [3,8] wskazujące na istotną rolę statystycznych właściwości zmiennej losowej jaką jest stężenie zanieczyszczeń w ściekach oczyszczonych, na poziom niezawodności działania oczyszczalni. Dysponując odpowiednią liczbą danych eksploatacyjnych możemy łatwo oszacować średni poziom stężenia zanieczyszczeń w odpływie oraz odchylenie standardowe tego parametru, co pozwala z kolei wyznaczyć poziom niezawodności oczyszczalni oraz ryzyko negatywnego wyniku kontroli efektywności oczyszczania, co z reguły skutkuje nałożeniem kar finansowych na eksploatatora obiektu.

Prezentowane wyniki badań w zestawieniu z wcześniejszymi opracowaniami na ten temat, pozwalają wskazać sugerowany poziom niezawodności oczyszczalni, zapewniający „bezpieczną” dla użytkownika eksploatację. Wynosić on powinien odpowiednio: 90% przy przepustowości 2 – 15 tys. RLM, 92% dla 15 – 50 tys. RLM i 94% powyżej 50 tys. RLM.

Zaprezentowana w niniejszej pracy technika symulacji pracy oczyszczalni ścieków z wykorzystaniem metody Monte Carlo może być zastosowana nie tylko dla oczyszczalni charakteryzujących się normalnym rozkładem prawdopodobieństwa modelowanych parametrów, lecz również dla innych znanych rozkładów statystycznych, a także zdefiniowanych indywidualnie rozkładów empirycznych. Warto też podkreślić, że symulacja Monte Carlo może być również wykorzystana do badania innych parametrów eksploatacyjnych (zapotrzebowanie na tlen w komorach osadu czynnego, produkcja osadu nadmiernego itp.), umożliwiając symulację nie tylko efektów końcowych oczyszczania, ale również poszczególnych procesów technologicznych.

Prezentowane wyniki są rezultatem prac realizowanych w ramach pracy badawczej statutowej S/WBiIŚ/22/08 realizowanej w Katedrze Systemów Inżynierii Środowiska Politechniki Białostockiej.

## BIBLIOGRAFIA

1. Andraka D. Risk analysis at designing the wastewater treatment plants. *Pol. J. Environ. Stud.*-Vol.16, nr 2A (2007), s.823-825.
2. Andraka D., Dzienis L. Wymagany poziom niezawodności oczyszczalni ścieków w świetle przepisów polskich i europejskich. *Zesz. Nauk. Pol.Białost. Inż. Środ. - Z.* 16-t. 2 (2003), s. 24-28.
3. Andraka D. Prognozowanie niezawodności oczyszczalni ścieków na przykładzie Miejskiej Oczyszczalni w Grajewie, *Materiały IX Konferencji Naukowo-Technicznej "Problemy gospodarki wodno-ściekowej w regionach rolniczo-przemysłowych"*, Rajgród 1997.
4. Bixio D., Parmentier G., Rousseau D., Verdonck F., Meirlaen J., Vanrolleghem P.A., Thoeye C. A quantitative risk analysis tool for design/simulation of wastewater treatment plants. *Water Sci. Technol.* 46(4/5), 301-307, 2001.
5. Chyliński.A., *Metoda Monte Carlo w bankowości*, Twigger S.A., Warszawa 1999, s. 148-149.
6. Halton J. H. A retrospective and prospective survey of the Monte Carlo method. *SIAM Review*, 12 (1970), s. 1-63.
7. Kwietniewski M., Roman M., Kłos-Trębaczekiewicz H., *Niezawodność wodociągów i kanalizacji*. Arkady, Warszawa 1993, s. 30-31.
8. Niku S., Schroeder E.D., Samaniego F.J.: Performance of Activated Sludge Processes and Reliability-Based Design. *Journal Water Pollut.Control Fed.*, vol. 51, 1979, s. 2841.
9. Rousseau D., Verdonck F., Moerman O., Carette R., Thoeye C., Meirlaen J., Vanrolleghem P.A. Development of a risk assessment based technique for design/retrofitting of WWTPs. *Water Sci. Technol.* 43(47), 287-294, 2001.
10. Rozporządzeniu Ministra Środowiska z dnia 24 lipca 2006r. w sprawie warunków jakie należy spełnić przy wprowadzaniu ścieków do wód lub do ziemi oraz w sprawie substancji szczególnie szkodliwych dla środowiska wodnego. *Dz.U.* z dnia 31.07.2006, poz. 984.

## MODELING OF WASTEWATER TREATMENT PLANT OPERATION BY MEANS OF MONTE CARLO SIMULATION

**Summary:** The paper presents problems of simulation of wastewater treatment plant operation in order to forecast plant reliability and risk of negative plant validation when controlled by environmental agencies. In the research Monte Carlo method was used to generate hypothetical, random values of BOD concentration in treated sewage. Statistical analysis of generated sets of variables made it possible to construct charts showing relation between wastewater treatment plant reliability and risk of plant operator that the plant will not meet requirements of formal regulations when controlled by Inspectorate of Environmental Protection. Presented work is a part of the research grant S/WBiŚ/22/08 from Białystok University of Technology.

**Keywords:** Monte Carlo simulation, efficiency of sewage treatment, required reliability of treatment plant.